

Тема 12. ЭЛЕМЕНТЫ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ ТОНКОСТЕННЫХ СИСТЕМ

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Кручение брусьев прямоугольного поперечного сечения (Бородин Н. А. Сопротивление материалов: учебник. М., 1992)	2
Кручение брусьев тонкостенного профиля (Бородин Н. А. Сопротивление материалов: учебник. М., 1992)	5
Некоторые общие вопросы теории тонкостенных стержней (Бояршинов С. В. Основы строительной механики машин: учеб. пособие. М., 1973)	9
Кручение тонкостенных брусьев (Любощиц М. И., Ицкович Г. М. Справочник по сопротивлению материалов. Минск, 1969)	12
Кручение тонкостенных брусьев открытого профиля (Глушков Г. С., Синдеев В. А. Курс сопротивления материалов: учебник. М., 1965)	21
Содержание хрестоматии	23

КРУЧЕНИЕ БРУСЬЕВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

(Бородин Н. А. Сопротивление материалов: учебник. М., 1992. С. 74 – 76)

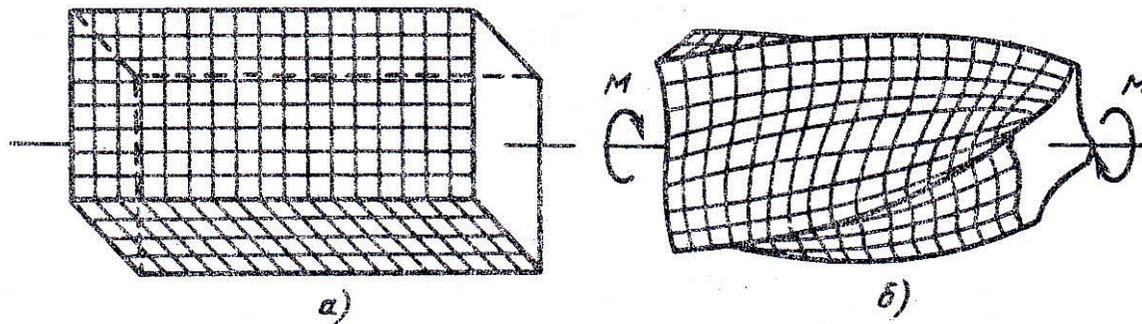


Рис. 4.11

Возьмем брус прямоугольного поперечного сечения (для наглядности изготовленный из резины) и нанесем на его боковую поверхность сетку из прямых линий, параллельных и перпендикулярных оси (рис. 4.11, а). Брус примет вид, показанный на рис. 4.11, б. В отличие от бруса круглого поперечного сечения крайние сечения бруса прямоугольного сечения после приложения вращающих моментов не остаются плоскими, а прямые линии, перпендикулярные оси, искривляются.

Этот эксперимент позволяет сделать вывод: при кручении брусков прямоугольного (точнее, любого некруглого) сечения поперечные сечения не остаются плоскими, а искривляются (депланируют), следовательно, нарушается одна из основных гипотез сопротивления материалов – гипотеза плоских сечений. Задачу о кручении брусков прямоугольного поперечного сечения решают методами теории упругости. С целью упрощения практических расчетов на прочность и жесткость формулы для определения максимальных касательных напряжений и углов закручивания приведены к виду, близкому к соответствующим формулам теории кручения брусков круглого сечения:

$$\tau_{max} = \frac{M_k}{W_k}; \quad (4.34)$$

$$\varphi = \frac{M_k l}{GJ_k}, \quad (4.35)$$

где $W_k = \alpha hb^2$ – момент сопротивления при кручении;

$J_k = \beta hb^3$ – момент инерции при кручении;

h и b – длины сторон сечения, причем $h \geq b$;

l – длина бруса;

α и β – коэффициенты, зависящие от отношения длин сторон сечения:

h/b	1	2	3	4	5	10	20	∞
α	0,21	0,25	0,27	0,28	0,29	0,31	0,32	0,33
β	0,14	0,23	0,26	0,28	0,29	0,31	0,32	0,33

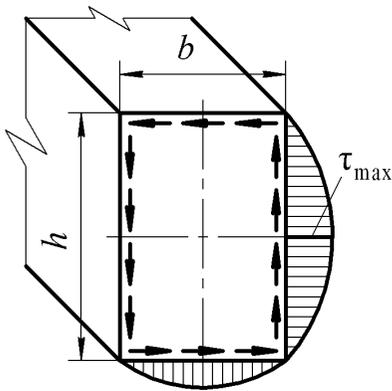


Рис. 4.12

Максимальные касательные напряжения возникают в точках посередине длинной стороны сечения. В угловых точках сечения $\tau = 0$. На рис. 4.12 показано направление касательных напряжений и изменение их значений для точек контура поперечного сечения.

Пример 4.6. Два бруса круглого и квадратного поперечных сечений изготовлены из одного материала, имеют одинаковую длину и площадь поперечного сечения. Сравнить прочности и жесткости брусев, а также установить какое из сечений более рационально.

Решение. Для сравнения прочностных и жесткостных характеристик брусев сопоставим возникающие в них при одинаковых крутящих моментах максимальные касательные напряжения и углы закручивания.

Для бруса круглого поперечного сечения

$$\tau_{max0} = \frac{M_k}{W_p} = \frac{16M_k}{\pi d^3}; \quad \varphi_0 = \frac{M_k l}{GJ_p} = \frac{32M_k l}{G\pi d^4};$$

для бруса квадратного сечения

$$\tau_{max0} = \frac{M_K}{W_K} = \frac{M_K}{\alpha hb^2} = \frac{M_K}{\alpha b^3}; \quad \varphi_0 = \frac{M_K l}{GJ_K} = \frac{M_K l}{G\beta hb^3} = \frac{M_K l}{G\beta h^4}.$$

Для квадратного сечения находим $\alpha = 0,21$; $\beta = 0,14$ (см. выше).

Так как площади поперечных сечений брусьев одинаковы, то

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = b^2, \text{ откуда } b = \frac{d}{2} \sqrt{\pi}.$$

Сравним значения максимальных касательных напряжений

$$\frac{\tau_{max}^{KB}}{\tau_{max}^{KP}} = \frac{M_K W_P}{M_K W_K} = \frac{W_P}{W_K} = \frac{\pi d^3}{16\alpha b^3} = \frac{3,14d^3 \cdot 8}{16 \cdot 0,21d^3 \cdot 3,14\sqrt{3,14}} = 1,344$$

и углов закручивания брусьев

$$\frac{\varphi^{KB}}{\varphi^{KP}} = \frac{M_K l G J_P}{G J_K M_K l} = \frac{J_P}{J_K} = \frac{\pi d^4}{32\beta b^4} = \frac{3,14d^4 \cdot 16}{32 \cdot 0,14d^4 \cdot 3,14^2} = 1,137.$$

Из полученных результатов следует, что круглое сечение более рационально, чем квадратное, так как в брус круглого сечения возникают меньшие касательные напряжения, и он закручивается на меньший угол. Брус круглого сечения имеет большую прочность и жесткость, чем брус квадратного сечения.

КРУЧЕНИЕ БРУСЬЕВ ТОНКОСТЕННОГО ПРОФИЛЯ

(Бородин Н. А. Соппротивление материалов: учебник. М., 1992. С. 76 – 78)

В машиностроении, в особенности в транспортном, широко применяют брусья тонкостенного профиля. Тонкостенные профили подразделяют на два типа: *незамкнутые* (рис. 4.13, а) и *замкнутые* (рис. 4.13, б).

Сечение бруса незамкнутого профиля, например типа двутавра, швеллера, можно считать состоящим из набора длинных узких прямоугольников, для которых $h \geq b$ и соответственно $\beta = 1/3$ (см. § 4.6)

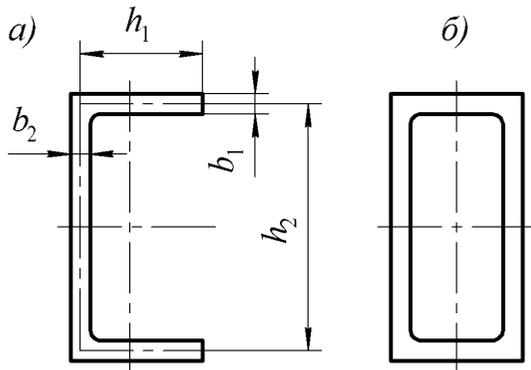


Рис. 4.13

$$J_{\kappa} = \frac{1}{3} \sum_i h_i b_i^3. \quad (4.36)$$

Наибольшее касательное напряжение возникает посредине длинной стороны наиболее широкого из прямоугольников, составляющего сечение:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\kappa}}{J_{\kappa}} b_{\max}. \quad (4.37)$$

Угол закручивания бруса определяют по формуле (4.35).

Тонкостенные брусья незамкнутого профиля имеют значительно меньшую прочность и жесткость, чем брусья замкнутого профиля.

Рассмотрим брус замкнутого тонкостенного профиля с постоянной толщиной стенки δ , нагруженный вращающими моментами M (рис. 4.14).

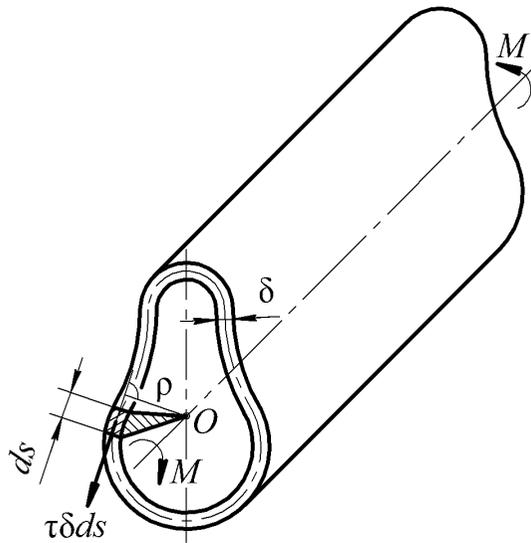


Рис. 4.14

Возникающие при кручении касательные напряжения направлены вдоль касательной к контуру и вследствие малой толщины стенки распределены равномерно по толщине.

Выделим из сечения бесконечно малую площадку площадью δds , на которой действует элементарная сила $\tau \delta ds$. Момент этой силы относительно центра тяжести сечения (точки O) равен произведению силы на расстояние ρ по перпендикуляру от точки O до линии действия силы.

Составим уравнение равновесия сил

$$\sum M = 0; \quad M_{\text{к}} - \int_s \tau \delta \rho ds = 0.$$

Вынесем постоянные за знак интеграла, тогда

$$M_{\text{к}} - \tau \delta \int_s \rho ds = 0.$$

Выражение под интегралом равно удвоенной площади треугольника с основанием ds и высотой ρ (на рис. 4.14 заштрихован), $\rho ds = 2dA$, тогда можно записать:

$$M_{\text{к}} - \tau \delta \cdot 2 \int_s dA = 0, \text{ или } M_{\text{к}} - 2\tau \delta A = 0, \text{ откуда}$$

$$\tau = \frac{M_{\text{к}}}{2A\delta}, \tag{4.38}$$

где A – площадь фигуры, заключенной внутри средней линии сечения.

Угол закручивания тонкостенного бруса замкнутого профиля с постоянной толщиной стенки определяется по формуле

$$\varphi = \frac{M_k l s}{4GA^2 \delta}, \quad (4.39)$$

где l – длина бруса;
 s – длина средней линии сечения.

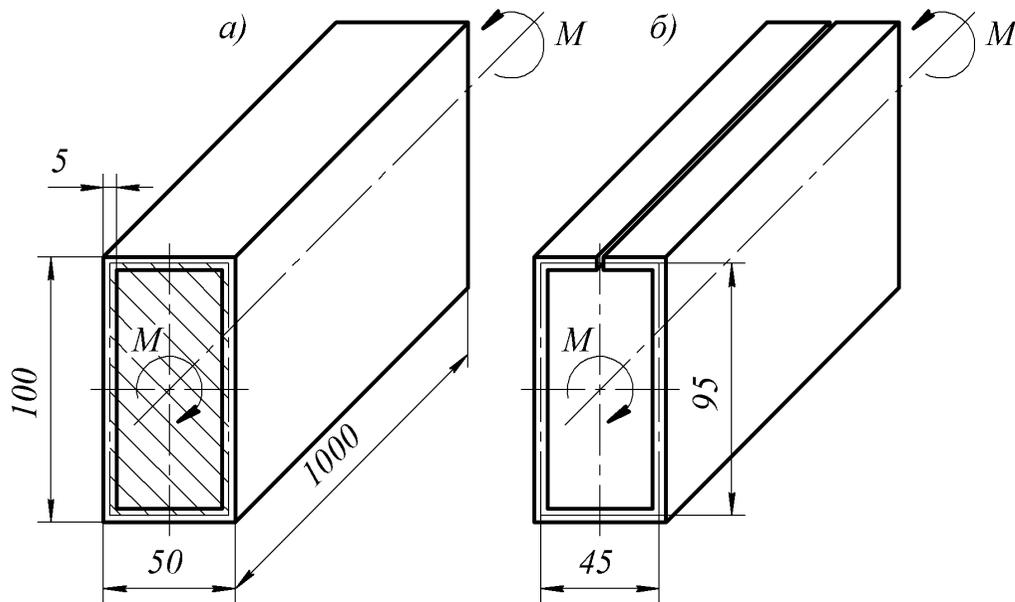


Рис. 4.15

Пример 4.7. Определить касательные напряжения и угол закручивания стального бруса тонкостенного замкнутого профиля (рис. 4.15, а), если $M_k = 1000$ Н·м, $G = 8 \cdot 10^{10}$ Па. Установить, как изменятся касательные напряжения и угол закручивания бруса, если его разрезать вдоль образующей. Шириной разреза пренебречь.

Решение. Определяем площадь A , заключенную внутри средней линии профиля (на рис. 4.15, а заштрихована) и длину s средней линии:

$$A = (100 - 5) \cdot (50 - 5) = 4275 \text{ мм}^2; \quad s = 2(95 + 45) = 280 \text{ мм.}$$

Вычисляем касательные напряжения и угол закручивания для бруса замкнутого профиля:

$$\tau = \frac{M_k}{2A\delta} = \frac{1000}{2 \cdot 4275 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 23,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 23,4 \text{ МПа};$$

$$\varphi = \frac{M_{\kappa} l s}{4GA^2 \delta} = \frac{1000 \cdot 1 \cdot 0,28}{4 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 4275^2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 0,0096 \text{ рад.}$$

Если брус разрезать вдоль образующей, он будет иметь тонкостенный незамкнутый профиль (рис. 4.15, б).

Определим момент инерции при кручении по формуле (4.36), развернув профиль в пластину толщиной $b = 5$ мм и шириной h , равной длине контура по средней линии:

$$J_{\kappa} = \frac{1}{3} \sum_i h_i b_i^3 = \frac{1}{3} (2 \cdot 95 + 2 \cdot 45) 5^3 = 11660 \text{ мм}^4 = 1,166 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Определим касательные напряжения и угол закручивания по формулам (4.34) и (4.35):

$$\tau = \frac{M_{\kappa} b}{J_{\kappa}} = \frac{10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{1,166 \cdot 10^{-8}} = 429 \cdot 10^6 \text{ Па} = 429 \text{ МПа};$$

$$\varphi = \frac{M_{\kappa} l}{GJ_{\kappa}} = \frac{10^3 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,166 \cdot 10^{-8}} = 1,07 \text{ рад.}$$

Сравнение полученных результатов показывает, что после разрезки данного бруса вдоль образующей напряжения в нем увеличиваются в 18 раз, а угол закручивания примерно в 111 раз.

НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ

(Бояршинов С. В. Основы строительной механики машин: учеб. пособие. М., 1973. С. 5 – 7)

Тонкостенные стержни широко применяются в машиностроении в качестве элементов рам, ферм и т. п., а также в качестве подкрепляющих элементов в конструкциях, составленных из пластин и оболочек, или как самостоятельные детали машин. Поперечное сечение тонкостенного стержня, называемое иначе его профилем, имеет вид, подобный показанным на рис. 1.1.

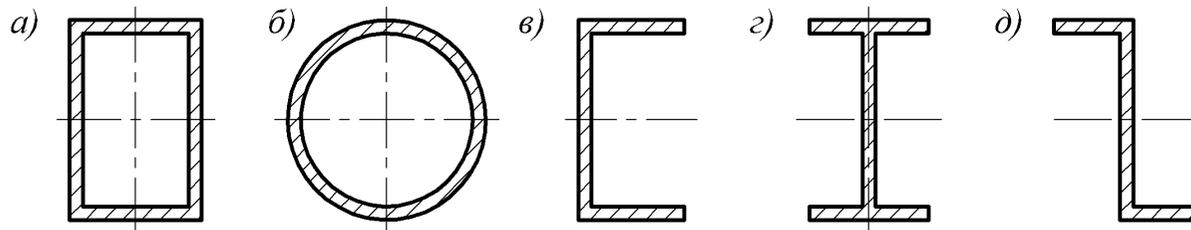


Рис. 1.1

Форма профиля определяется конфигурацией его средней линией, делящей толщину стенки пополам. Тонкостенные профили могут быть замкнутыми (рис. 1.1, *a*, *б*) и незамкнутыми или открытыми (рис. 1.1, *в*, *г*, *д*).

Стержень можно считать тонкостенным, если толщина стенки, по крайней мере, в 5 – 10 раз меньше, чем ширина профиля. К тонкостенным стержням относятся стандартные прокатные профили – угольники, двутавры, швеллеры и т. п. Типичными примерами тонкостенных стержней являются гнутые профили, применяемые в авиастроении.

Применяя тонкостенные стержни в конструкциях, необходимо иметь в виду, что их поведение при нагружении существенно отличается от поведения брусьев сплошного поперечного сечения, в особенности в случае незамкнутого (открытого) профиля (рис. 1.1, *в*, *г*, *д*).

В стержне сплошного сечения характер распределения нагрузок по торцу оказывает влияние на напряженное состояние только вблизи торца; уже на небольшом расстоянии от торца (порядка поперечного размера бруса) распределение напряжений определяется только равнодействующей сил, приложенных к торцу (принцип Сен-Венана). Для тонкостенных стержней открытого профиля это положение не справедливо; здесь характер распределения нагрузок по торцу стержня оказывает влияние на напряженное состояние на гораздо большем протяжении, обычно практически по всей длине стержня.

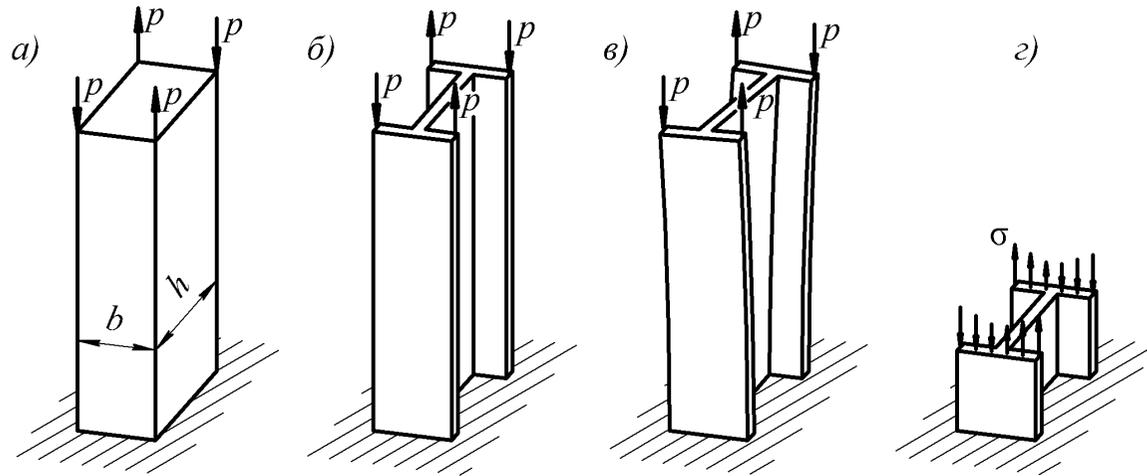


Рис. 1.2

Для иллюстрации на рис. 1.2 показаны два бруса, один сплошного сечения, другой – двутаврового. Оба бруса нагружены по торцу одинаковыми силами. В брус сплошного сечения заданная система сил вызывает только местные напряжения вблизи торца, и на небольшом расстоянии от торца напряжения практически обращаются в ноль. В брус двутаврового сечения приложенные силы вызывают существенные напряжения и деформации по всей длине. Это объясняется тем, что стенка, соединяющая полки, имеет малую крутильную жесткость и почти не препятствует каждой полке изгибаться самостоятельно, как показано на рис. 1.2, в.

Такая деформация стержня носит название изгибно-крутильной. Нормальные напряжения в поперечном сечении в этом случае распределяются, как показано на рис. 1.2, г; они образуют самоуравненную систему сил.

Вторая существенная особенность стержней открытого профиля состоит в том, что при свободном кручении они имеют малую крутильную жесткость; при этом закручивание обычно сопровождается сильным искажением плоскости поперечного сечения, называемым депланацией.

Если, например, сравнить углы закручивания трубы замкнутого профиля (рис. 1.3, а) и незамкнутого профиля

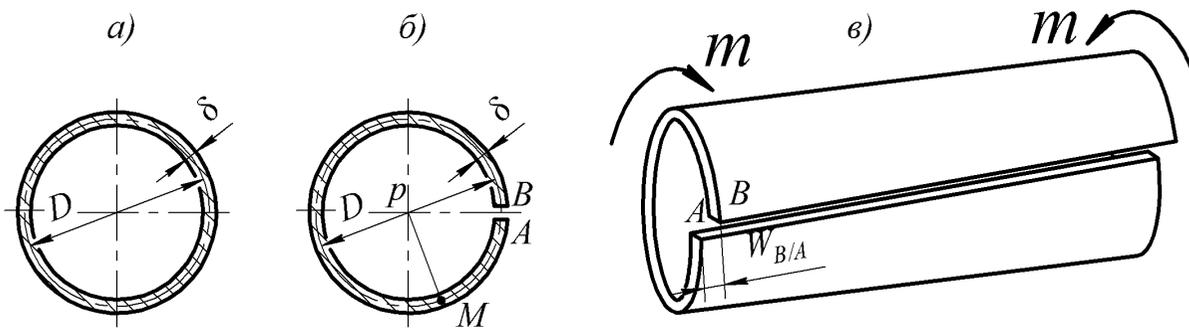


Рис. 1.3

(рис. 1.3, б), то при отношении $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{40}$ труба незамкнутого профиля закручивается приблизительно в 1200 раз больше. При этом кручение трубы незамкнутого профиля сопровождается сильным искажением плоскости поперечного сечения, как показано на рис. 1.3, в. Картина деформации при кручении незамкнутого тонкостенного профиля, однако, совершенно изменится, если на торцы будут наложены связи, не допускающие искажения плоскости (например, если торцы будут приварены к жестким плитам). В этом случае на торцах возникнет система взаимноуравновешенных, нормальных напряжений, и крутильная жесткость возрастет в несколько раз. Такой вид кручения называется стесненным.

Приступая к изучению теории кручения тонкостенных стержней, прежде всего напомним некоторые общие положения, касающиеся распределения напряжений при кручении.

1. Касательные напряжения в поперечном сечении бруса в точках, расположенных у контура сечения, всегда направлены по касательной к контуру. Действительно, если напряжение было бы направлено под углом к контуру, то его можно было бы разложить на две составляющие τ' и τ'' (рис. 1.4, а). По закону парности касательных напряжений напряжению τ'' должно соответствовать равное ему напряжение τ''' на наружной поверхности. Но так как наружная поверхность свободна от напряжений, $\tau''' = 0$; следовательно, τ'' также равно нулю и остается только касательное напряжение τ' , направленное вдоль контура.

2. Касательное напряжение в точках, расположенных вблизи выступающих углов, равно нулю (рис. 1.4, б). Это положение доказывается аналогично.

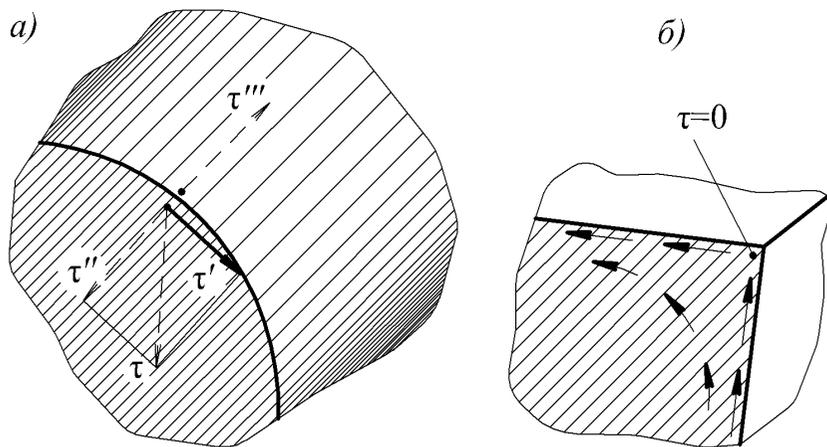


Рис. 1.4

КРУЧЕНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ БРУСЬЕВ

(Любощиц М. И., Ицкович Г. М. Справочник по сопротивлению материалов. Минск, 1969. С. 157 – 164)

§ 6.7. Кручение тонкостенных брусьев замкнутого профиля

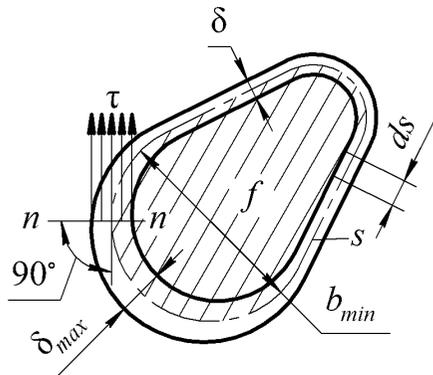


Рис. 6.14

Брус называется тонкостенным, если удовлетворяется условие (рис. 6.14)

$$\frac{b_{min}}{\delta_{max}} \geq 10,$$

где b_{min} – минимальный поперечный размер сечения;
 δ_{max} – наибольшая толщина профиля.

Различают тонкостенные профили замкнутые и открытые. Сечение называется замкнутым, если его средняя линия – геометрическое место точек средин толщин стенок – представляет собой замкнутый контур.

Приближенный расчет замкнутых тонкостенных профилей основан на гипотезе Бредта о том, что касательные напряжения в поперечном сечении распределяются по толщине стенки равномерно и направлены параллельно касательной к средней линии контура.

Касательное напряжение в любой точке замкнутого профиля произвольной формы с переменной толщиной стенки определяется по формуле

$$\tau = \frac{M_k}{2\delta f}, \quad (6.33)$$

где f – площадь, ограниченная средней линией стенки профиля

Наибольшее напряжение на участке с наименьшей толщиной стенки

$$\tau_{max} = \frac{M_k}{2\delta_{min}f} \quad (6.34)$$

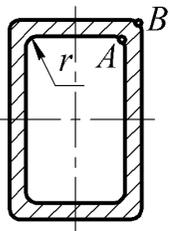
Угол закручивания в радианах на участке длиной l , для которого $M_k = \text{const}$, определяется по формуле

$$\varphi = \frac{M_k l}{4f^2 G} \int \frac{ds}{\delta}, \quad (6.35)$$

где интеграл берется по длине s средней линии стенки профиля.

Если $\delta = \text{const}$, то

$$\varphi = \frac{M_k l s}{4f^2 G \delta} \quad (6.35 \text{ a})$$



Для тонкостенного замкнутого профиля

$$W_k = 2\delta_{min} \cdot f; \quad J_k = \frac{4f^2}{\int_s \frac{ds}{\delta}}.$$

Рис. 6.15

Приведенными выше формулами можно пользоваться для замкнутых профилей с ломанной средней линией (рис. 6.15), но следует иметь в виду, что во входящих углах (точка A) напряжения выше расчетных вследствие концентрации напряжений.

Коэффициент концентрации напряжений зависит от отношения r/δ и с увеличением этого отношения уменьшается.

§ 6.8. Кручение тонкостенных брусков открытого профиля

Для вытянутого прямоугольника, когда $\frac{h}{b} \geq 10$ (рис. 6.16), как видно из таблицы на странице 3, можно в практических расчетах принять $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$, и тогда

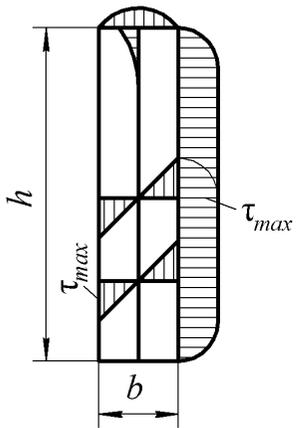


Рис. 6.16

$$W_{\text{к}} = \frac{hb^2}{3}; \quad (6.36)$$

$$J_{\text{к}} = \frac{hb^3}{3}; \quad (6.36 \text{ а})$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{к}}}{W_{\text{к}}} = \frac{3M_{\text{к}}}{hb^2}; \quad (6.37)$$

$$\varphi = \frac{M_{\text{к}}l}{GJ_{\text{к}}} = \frac{3M_{\text{к}}l}{Ghb^3}. \quad (6.38)$$

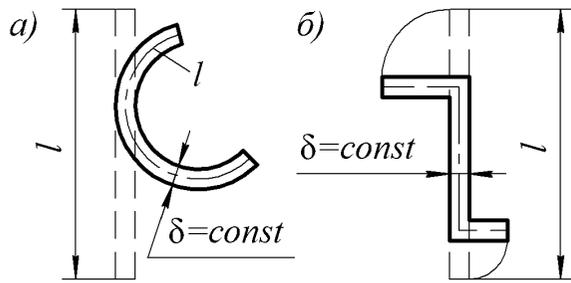
В расчетах, не требующих большой точности, часто принимают $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$ и при $\frac{h}{b} \geq 4$.

В узком прямоугольнике (см. рис. 6.16) касательные напряжения в поперечном сечении направлены параллельно длинной стороне, почти постоянны и равны τ_{max} в точках длинной стороны, снижаясь к нулю только вблизи угловых точек. Вдоль средней линии касательные напряжения равны нулю и вдоль толщины b изменяются по линейному закону.

Касательные напряжения в открытом профиле постоянной толщины распределяются по тому же закону, что и в полученном из него вытянутом прямоугольнике. Поэтому формулами (6.36) – (6.38) можно с достаточной степенью

точности пользоваться для тонкостенных незамкнутых (открытых) профилей с криволинейным контуром постоянной толщины δ , вместо h подставить длину средней линии (контура) сечения l , а вместо b – толщину профиля δ (рис. 6.17).

Для открытых профилей, составленных из нескольких узких прямоугольников различной толщины, величину геометрической характеристики жесткости можно определить по следующей приближенной формуле:



$$J_k = \sum \frac{h_i \delta_i^3}{3}. \quad (6.39)$$

Момент сопротивления кручению

$$W_k = \frac{J_k}{\delta_{max}}. \quad (6.40)$$

Рис. 6.17

Наибольшие напряжения в сечении возникают в средних точках длинных сторон элемента, имеющего наибольшую толщину; эти напряжения определяются по формуле

$$\tau_{max} = \frac{M_k}{W_k} = \frac{M_k \delta_{max}}{J_k} = \frac{3M_k \delta_{max}}{\sum h_i \delta_i^3}. \quad (6.41)$$

Наибольшие касательные напряжения в i -м элементе, толщина которого δ_i :

$$\tau_{i}^{max} = \frac{3M_k \delta_i}{\sum h_i \delta_i^3}. \quad (6.42)$$

Действительная характеристика жесткости несколько больше определяемой по формуле (6.39). Более точная формула для определения геометрической характеристики жесткости, учитывающая совместную работу отдельных элементов профиля, переменность толщины и другие факторы, имеет вид

$$J'_k = \eta J_k = \eta \sum \frac{h_i \delta_i^3}{3}. \quad (6.43)$$

Поправочный коэффициент η зависит от формы профиля (рис. 6.43).

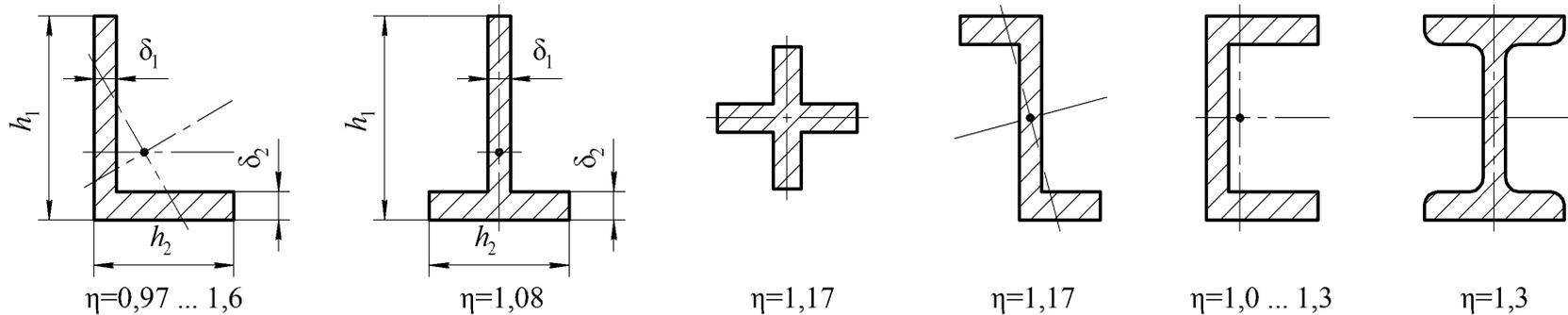


Рис. 6.18

При вычислении напряжений некоторые авторы рекомендуют пользоваться значениями J_k , определенными без поправочного коэффициента.

Угол закручивания бруса открытого тонкостенного профиля определяется по формуле

$$\varphi = \frac{M_k l}{G J'_k} = \frac{3 M_k l}{G \eta \sum h_i b_i^3}. \quad (6.44)$$

Пример 6.3. Построить эпюру крутящих моментов и эпюру углов поворота поперечных сечений. Проверить прочность бруса (рис. 6.19, а), если $[\tau] = 700 \text{ кГ/см}^2$; $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кГ/см}^2$; $h = 40 \text{ мм}$; $b = 20 \text{ мм}$; $l = 800 \text{ мм}$.

Решение. Брус нагружен по всей длине распределенными моментами постоянной интенсивности (рис. 6.19, б)

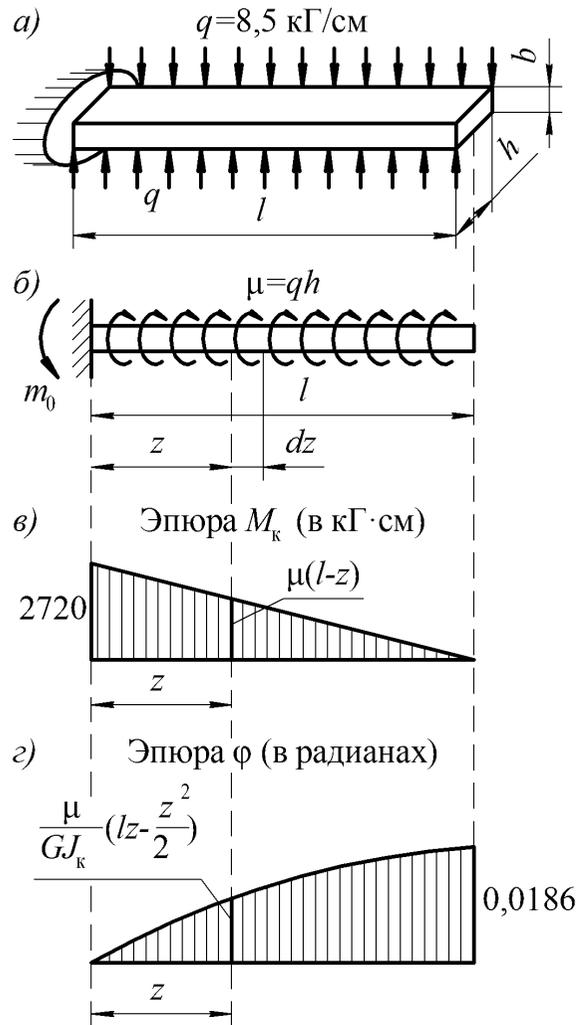


Рис. 6.19

$\mu = qh = 8,5 \cdot 4 = 34 \text{ кГ} \cdot \text{см/см}$. Реактивный момент в защемлении

$$m_0 = \mu l = 34 \cdot 80 = 2720 \text{ кГ} \cdot \text{см}.$$

Крутящий момент в произвольном сечении на расстоянии z от защемления

$$M_k = m_0 - \mu z = \mu(l - z),$$

т. е. крутящий момент M_k линейно зависит от z ; при $z = 0$ $_{max}M_k = \mu l = 2720 \text{ кГ} \cdot \text{см}$; при $z = l$ $M_k = 0$.

Эпюра M_k дана на рис. 6.19, в.

Угол поворота произвольного сечения относительно неподвижного сечения в защемлении (в радианах) определим по формуле (6.31) с учетом, что M_k по длине бруса переменен:

$$\varphi = \frac{1}{GJ_k} \int_0^z M_k dz.$$

Примечание – Строго говоря, рассчитываемый брус работает на стесненное, а не на чистое кручение, но при монолитном (не тонкостенном) сечении формулы теории чистого кручения обладают достаточной точностью.

Подставив значение M_k , получим

$$\varphi = \frac{\mu}{GJ_k} \int_0^z (l - z) dz = \frac{\mu}{GJ_k} \left(lz - \frac{z^2}{2} \right).$$

Эпюра φ представляет собой квадратную параболу (рис. 6.19, ε). При $z = 0$ $\varphi = 0$; при $z = l$ $\varphi_{max} = \frac{\mu l^2}{2GJ_k}$

Для прямоугольного сечения (см. таблицу на странице 3)

$$J_k = \beta hb^3; \quad \text{при } \frac{h}{b} = 2 \quad \beta = 0,229; \quad J_k = 0,229 \cdot 4 \cdot 2^3 = 7,33 \text{ см}^4; \quad \varphi_{max} = \frac{34 \cdot 80^2}{2 \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 7,33} = 0,0186 \text{ рад} = 1,07^\circ.$$

Для проверки прочности бруса определяем максимальное касательное напряжение в опасном сечении (защемлении) по формуле (6.37)

$$\tau_{max} = \frac{\max M_k}{W_k}; \quad (\text{a})$$

$$W_k = ahb^2 = 0,246 \cdot 4 \cdot 2^2 = 3,94 \text{ см}^3 \text{ (см. таблицу на странице 3)}.$$

Значение $\max M_k = 2720 \text{ кГ} \cdot \text{см}$ берем из эпюры M_k . Подставив эти величины в формулу (а), получим

$$\tau_{max} = \frac{2720}{3,94} = 690 \text{ кГ} \cdot \text{см}^2 < [\tau_k],$$

т. е. прочность бруса обеспечена.

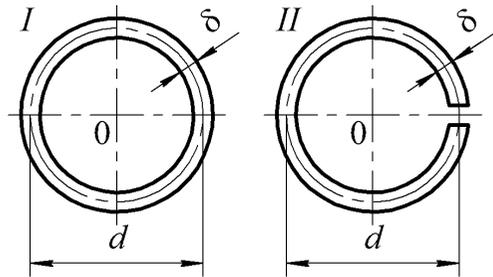


Рис. 6.20

Пример 6.4. Сравнить по прочности и жесткости при работе на свободное кручение две тонкостенные трубы одинаковой толщины и диаметра при $\frac{d}{\delta} = 16$ (рис. 6.20). Вторая труба разрезана вдоль образующей.

Решение. Отношение прочностей труб равно отношению моментов сопротивления $\frac{W_p}{W_k}$ а отношение жесткостей – отношению моментов инерции $\frac{J_p}{J_k}$. Для тонкостенной трубы I

$$W_p = \frac{\pi d^2 \delta}{2} \quad \text{и} \quad J_p = \frac{\pi d^3 \delta}{4}.$$

Для разрезной трубы II W_k и J_k определяем по формулам (6.36) и (6.36а), как для узкого прямоугольника, принимая $b = \delta$, а $h = l = \pi d$:

$$W_k = \frac{hb^2}{3} = \frac{\pi d \delta^2}{3} \quad \text{и} \quad J_k = \frac{hb^3}{3} = \frac{\pi d \delta^3}{3}; \quad \frac{W_p}{W_k} = \frac{\left(\frac{\pi d^2 \delta}{2} \right)}{\left(\frac{\pi d \delta^2}{3} \right)} = \frac{3d}{2\delta}; \quad \frac{J_p}{J_k} = \frac{\left(\frac{\pi d^3 \delta}{4} \right)}{\left(\frac{\pi d \delta^3}{3} \right)} = \frac{3}{4} \left(\frac{d}{\delta} \right)^2.$$

В нашем случае $\frac{W_p}{W_k} = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24$; $\frac{J_p}{J_k} = \frac{3}{4} \cdot 16^2 = 192$.

Таким образом, разрез трубы снижает ее прочность в 24 раза, а жесткость в 192 раза. Это показывает, что тонкостенные брусья незамкнутого (открытого) профиля плохо сопротивляются закручиванию.

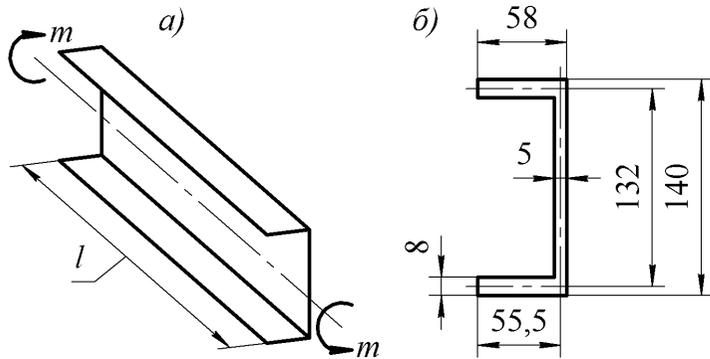


Рис. 6.21

Пример 6.5. Найти наибольшие касательные напряжения в поперечном сечении швеллерной балки № 14 (рис. 6.21, а) и ее угол закручивания, если длина балки 2 м и скручивающий момент 120 н·м, $G = 8 \cdot 10^4$ Мн/м².

Решение. Разбивая заданное сечение на три прямоугольника (рис. 6.21, б), наибольшее касательное напряжение в горизонтальной полке определяем по формуле (6.41):

$$\begin{aligned} \tau_{max} &= \frac{3M_k \delta_{max}}{\sum h_i \delta_i^3} = \frac{3 \cdot 120 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{(2 \cdot 55,5 \cdot 8^3 + 132 \cdot 5^3) \cdot 10^{-12}} = 3,94 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2 = \\ &= 39,4 \text{ Мн/м}^2. \end{aligned}$$

Угол закручивания вычисляем по формуле (6.44)

$$\varphi = \frac{3M_k l}{G\eta \sum h_i b_i^3} = \frac{3 \cdot 120 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,15 \cdot 733 \cdot 10^{-10}} = 0,107 \text{ рад} = 6,12^\circ = 6^\circ 07'.$$

Значение $\eta = 1,15$ принято по рис. 6.18.

Угол закручивания на единицу длины

$$\theta^\circ = \frac{\varphi}{l} = \frac{6,12}{2} = 3,06 \text{ град/м.}$$

КРУЧЕНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ БРУСЬЕВ ОТКРЫТОГО ПРОФИЛЯ

(Глушков Г. С., Синдеев В. А. Курс сопротивления материалов: учебник. М., 1965. С. 236, 237)

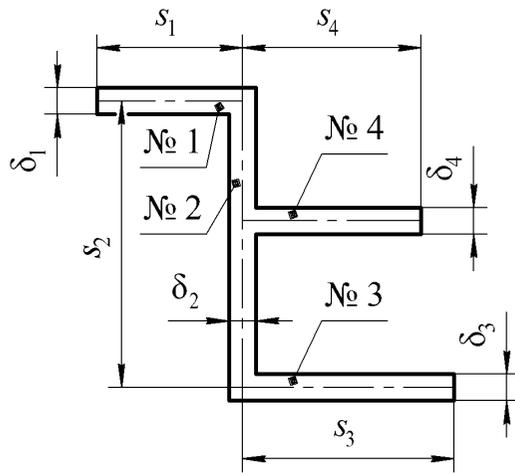


Рис. 5.32

К числу открытых тонкостенных профилей могут быть отнесены широко применяемые в машиностроении и особенно в самолетостроении и в судостроении профили, полученные путем прокатки или иным путем, толщина стенок мала по сравнению с другими размерами. Для приближенного, но дающего достаточную точность расчета скручиваемого бруса открытого профиля мысленно распрямляют профиль, превращая его в ряд таких тонких прямоугольников, в которых толщина стенки может считаться малой по сравнению с длиной стенки (пример 4.7 на странице 20).

Получим

$$\tau_{max} = \frac{3M_{\kappa}}{\delta^2 s}; \quad (5.44)$$

$$\varphi_0 = \frac{3M_{\kappa} l}{G\delta^3 s}, \quad (5.45)$$

где δ – толщина прямоугольника (т. е. меньшая сторона прямоугольника);

s – длина контура (т. е. бóльшая сторона прямоугольника).

Если тонкостенный незамкнутый профиль является таким составным, что его нельзя развернуть в прямоугольник, то общий крутящий момент рассматривают как сумму моментов, приходящихся на отдельные прямоугольники (рис. 5.32). Тогда

$$\varphi_0 = \frac{3M_k l}{G(\delta_1^3 s_1 + \delta_2^3 s_2 + \delta_3^3 s_3 + \dots)}. \quad (5.46)$$

Применяя формулы (5.44) и (5.45) к какому-нибудь i -му прямоугольнику, входящему в состав сложной фигуры, получим

$$\tau_i = \frac{3M_i}{\delta_i^2 s_i}, \quad \varphi_0 = \frac{3M_i l}{G\delta_i^3 s_i}, \quad (5.47)$$

где M_i – часть крутящего момента, приходящаяся на i -прямоугольник, а φ_0 – единичный угол закручивания (угол закручивания, приходящийся на единицу длины стержня), одинаковый для всех прямоугольников фигуры.

Из этих формул

$$\tau_i = G\varphi_0 \frac{\delta_i}{l}, \quad (5.48)$$

а, следовательно

$$\tau_{max} = G\varphi_0 \frac{\delta_{max}}{l}, \quad (5.49)$$

или, учитывая формулу (5.46), окончательно

$$\tau_{max} = \frac{3M_x \delta_{max}}{\delta_1^3 s_1 + \delta_2^3 s_2 + \delta_3^3 s_3 + \dots}. \quad (5.50)$$

СОДЕРЖАНИЕ ХРЕСТОМАТИИ

Тема 1. ПРЕДИСЛОВИЕ

Тема 2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Бобков Н. М. О подготовке конструкторов РЭС в средних специальных учебных заведениях // Среднее профессиональное образование. 2002. № 11

Бобков Н. М. Основы конструирования. Проблемы терминологии // Вестник машиностроения. 2002. № 9

Бобков Н. М. Что такое конструирование радиоэлектронных средств? // Системы и средства связи, телевидения и радиовещания. 2008. № 1, 2

Функциональные системы и конструктивные уровни РЭС (Каленкович Н. И., Фастовец Е. П., Шамгин Ю. В. Механические воздействия и защита радиоэлектронных средств: учеб. пособие. Минск, 1989. С. 9 – 11)

Бобков Н. М. Конструирование и строительное конструирование РЭС // Системы и средства связи, телевидения и радиовещания. 2010. № 1, 2

Бобков Н. М. Систематизация терминологии в области конструирования радиоэлектронных систем // Труды Нижегородского государственного технического университета имени Р. Е. Алексеева. 2014. № 3

Бобков Н. М. Категории науки о конструировании // Системы и средства связи, телевидения и радиовещания. 2010. № 1, 2

Общие требования к разрабатываемым (модернизируемым) техническим системам (Из ГОСТ 15.016 – 2016 Система разработки и постановки продукции на производство. Техническое задание. Требования к содержанию и оформлению)

Тема 3. ТИПОВОЙ ПОРЯДОК РАЗРАБОТКИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Бобков Н. М. Конструкторская документация и порядок ее разработки // Системы и средства связи, телевидения и радиовещания. 2010. № 1, 2

Бобков Н. М. Применение положений стандартов ЕСКД в публикациях по конструированию: типичные ошибки // Стандарты и качество. 2004. № 8

Бобков Н. М. Типовой порядок разработки технических систем // Справочник. Инженерный журнал. 2018. № 2

Тема 4. УСЛОВИЯ ЭКСПЛУАТАЦИИ, ХРАНЕНИЯ И ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ РЭС

Основные понятия

Влияние физических параметров окружающей среды (Поляков К. П. Конструирование приборов и устройств радиоэлектронной аппаратуры. М. 1982. С. 140 – 143)

Воздействие на РЭА внешних механических факторов (Поляков К. П. Конструирование приборов и устройств радиоэлектронной аппаратуры. М. 1982. С. 143 – 145)

Основные эффекты, вызываемые воздействием отдельных внешних факторов (Из ГОСТ 28198 – 89 Основные методы испытаний на воздействие внешних факторов. Часть 1. Общие положения и руководство по применению)

Предельные нормы эксплуатации (Поляков К. П. Конструирование приборов и устройств радиоэлектронной аппаратуры. М. 1982. С. 145 – 147)

Бобков Н. М. Механические воздействия и нагрузки на элементы несущих систем РЭС // Кварц: радиоизмерения и электроника: научно-технический и рекламно-коммерческий периодический журнал НИИПИ «Кварц». 1998. Вып. № 7

Общие требования к РЭС в части стойкости к механическим ВВФ при эксплуатации (Из ГОСТ 30631 – 99 Общие требования к машинам, приборам и другим техническим изделиям в части стойкости к механическим внешним воздействующим факторам при эксплуатации)

Общие требования к РЭС в части условий хранения и транспортирования (Из ГОСТ Р 51908 – 2002 Общие требования к машинам, приборам и другим техническим изделиям в части условий хранения и транспортирования)

Испытание на прочность при транспортировании (Из ГОСТ Р 51909 – 2002 Методы испытаний на стойкость к внешним воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий. Испытания на транспортирование и хранение)

Общие требования к РЭС в части стойкости к климатическим ВВФ при эксплуатации (Из ГОСТ 15150 – 99 Машины, приборы и другие технические изделия. Исполнения для различных климатических районов. Категории, условия эксплуатации, хранения и транспортирования в части воздействия климатических факторов внешней среды)

Тема 5. МЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ РЭС

Механические системы (Справочник металлиста. В 5-ти т. Т. 1. М., 1976. С. 18 – 22)

Основные сведения о механизмах (Фаддеева Л. А. Теория механизмов и детали приборов: учебник. Л., 1983. С. 5 – 11)

Сопротивление материалов, теория упругости и прочее ... (Феодосьев В. И. Десять лекций-бесед по сопротивлению материалов. М., 1975. С. 5 – 6)

Неизменяемые, изменяемые и мгновенно изменяемые системы (Киселев В. А. Строительная механика. Общий курс: учебник. М., 1986. С. 12, 13)

Реакции связей почти мгновенно изменяемых систем (Киселев В. А. Строительная механика. Общий курс: учебник. М., 1986. С. 25, 26)

Классификация плоских систем (Киселев В. А. Строительная механика. Общий курс: учебник. М., 1986. С. 30, 31)

Бобков Н. М. Радиоэлектронные средства как строительные сооружения // Системы и средства связи, телевидения и радиовещания. 2010. № 1, 2

Кинематический анализ стержневых систем (Спицына Д. Н. Строительная механика стержневых систем: учеб. пособие. М., 1977. С. 8 – 15)

Образование и кинематический анализ плоских систем (Живейнов Н. Н., Карасев Г. Н., Цвей И. Ю. Строительная механика и металлоконструкции строительных и дорожных машин: учебник. М., 1988. С. 10, 11)

Тема 6. ПРОЧНОСТЬ НЕСУЩИХ СИСТЕМ РЭС

Сведения из теории сопротивления материалов (Еленев С. А. Холодная штамповка: учебник. М., 1981. С. 9 – 16)

Переменные напряжения. Выбор допускаемых напряжений (Красновский Е. Я., Дружинин Ю. А., Филатова Е. М. Расчет и конструирование механизмов приборов и вычислительных систем: учеб. пособие. М., 1991. С. 171 – 178)

Бобков Н. М. Оценка усталостной прочности несущих деталей БНК при воздействии вибрации // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 1997. № 4

Прочность и жесткость конструкций (Рошин Г. И. Несущие конструкции и механизмы РЭА: учебник. М.: 1981. С. 33 – 42)

Тема 7. ВОПРОСЫ БАЗИРОВАНИЯ В КОНСТРУИРОВАНИИ

Основные положения теории базирования (ГОСТ 21495 – 79 Базирование и базы в машиностроении. Термины и определения. Приложение 1)

Базирование деталей (Дунаев П. Ф., Леликов О. П. Конструирование узлов и деталей машин: учеб. пособие. М., 2008. С. 57 – 64)

Основы базирования (Кулагин В. В. Основы конструирования оптических приборов: учеб. пособие. Л., 1982. С. 24 – 30, 34 – 41, 44 – 50)

Тема 8. КОНСТРУИРОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ

Основы конструирования деталей (Кулагин В. В. Основы конструирования оптических приборов: учеб. пособие. Л., 1982. С. 9 – 16)

Справочное руководство по конструированию элементов радиоэлектронных средств (Приложение 2 к промежуточному отчету № 1 о НИР «Наледь. Исследование конструкций несущих систем, электроустановочных изделий и других элементов РЭС. Составление комплекса методических пособий «Конструкции элементов РЭС в примерах и задачах» / Нижегородский технический колледж; руководитель Н. М. Бобков; № ГР 01990006251; Инв. № 02200000313. Н. Новгород, 1999)

Тема 9. ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Модульные и базовые конструкции изделий, базовые изделия (Из рекомендаций Р 50-54-103 – 88 Модульные и базовые конструкции изделий. Основные положения)

Бобков Н. М. Принцип базового проектирования в радиоаппаратостроении // Справочник. Инженерный журнал. 2003. № 2

Бобков Н. М. Агрегатное и модульное проектирование технических систем // Справочник. Инженерный журнал. 2009. № 5

Бобков Н. М. Базовые несущие конструкции аппаратуры Нижегородского приборостроительного. Проектирование оболочек герметичных корпусов // Кварц: радиоизмерения и электроника: научно-технический и рекламно-коммерческий периодический журнал НИИПИ «Кварц». 1996. Вып. № 5

Тема 10. УНИФИКАЦИЯ И СТАНДАРТИЗАЦИЯ РЭС

Унификация изделий (Из ГОСТ 23945.0 – 80 Унификация изделий. Основные положения)

Расчет показателей уровня унификации и стандартизации изделий (Из методических указаний РД 50-33 – 80 Определение уровня унификации и стандартизации изделий)

Оценка состояния государственной стандартизации БНК в России (Раздел 3 промежуточного отчета № 1 о НИР «Берилл. Несущие системы и базовые несущие изделия РЭС специального и общего применения. История конструкций, современные требования, перспективы» / Нижегородский научно-производственный центр современных технологий «Берег-Волна»; руководитель Н. М. Бобков; № ГР У83485; инв. № Г36590. Н. Новгород, 2000)

Эволюция БНК Нижегородского научно-исследовательского приборостроительного института «КВАРЦ» (Разделы 1 – 4 заключительного отчета о НИР «Берилл. Несущие системы и базовые несущие изделия РЭС специального и общего применения. История конструкций, современные требования, перспективы» / Нижегородский научно-производственный центр современных технологий «Берег-Волна»; руководитель Н. М. Бобков; № ГР У83485; инв. № Г38225. Н. Новгород, 2000)

Тема 11. ОСНОВНЫЕ НОРМЫ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТИ

Допуски и посадки гладких цилиндрических и плоских соединений (Допуски и посадки: справочник. В 2-х ч. Ч. 1. Л., 1982. С. 8 – 10, 12 – 19, 28 – 31)

Шероховатость поверхности (Орлов П. И. Основы конструирования: справочно-методическое пособие. В 2-х кн. Кн. 1. М., 1988. С. 287 – 295)

Обозначения шероховатости поверхностей (из ГОСТ 2.309 – 73 ЕСКД. Обозначения шероховатости поверхностей)

Тема 12. ЭЛЕМЕНТЫ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ ТОНКОСТЕННЫХ СИСТЕМ

Кручение брусьев прямоугольного поперечного сечения (Бородин Н. А. Сопротивление материалов: учебник. М., 1992. С. 74 – 76)

Кручение брусьев тонкостенного профиля (Бородин Н. А. Сопротивление материалов: учебник. М., 1992. С. 76 – 78)

Некоторые общие вопросы теории тонкостенных стержней (Бояршинов С. В. Основы строительной механики машин: учеб. пособие. М., 1985. С. 5 – 7)

Кручение тонкостенных брусьев (Любощиц М. И., Ицкович Г. М. Справочник по сопротивлению материалов. Минск, 1969. С. 157 – 164)

Кручение тонкостенных брусьев открытого профиля (Глушков Г. С., Синдеев В. А. Курс сопротивления материалов: учебник. М., 1965. С. 236, 237)

Тема 13. ПРЕДОХРАНЕНИЕ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ ОТ САМООТВИЧИВАНИЯ

Трение покоя при вибрации (Литвин Ф. Л. Проектирование механизмов и деталей приборов. Л., 1973. С. 46 – 48)

Предохранение резьбовых соединений от самоотвинчивания (Решетов Д. Н. Детали машин: учебник для вузов. М., 1989. С. 135 – 138)

Способы и виды предохранения резьбовых соединений от самоотвинчивания (Из ОСТ 4Г 0.019.200 Соединения резьбовые. Способы и виды предохранения от самоотвинчивания. Технические требования)

Тема 14. ОСНОВЫ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Термины и определения основных понятий (Из ГОСТ Р 27.102 – 2021 Надежность в технике. Надежность объекта. Термины и определения)

Проектирование радиоаппаратуры с учетом требований надежности (Фрумкин Г. Д. Расчет и конструирование радиоаппаратуры: учебник для техникумов. М., 1989. С. 16 – 37)

Интенсивности отказов элементов электронной аппаратуры в номинальном режиме ($T = +20\text{ }^{\circ}\text{C}$ и $K_n = 1$) и поправочные коэффициенты (Теория надежности радиэлектронных систем в примерах и задачах / Под ред. Г. В. Дружинина. М., 1976. С. 136 – 138, С. 339 – 347)

Николай Михайлович Бобков – преподаватель Нижегородского радиотехнического колледжа, конструктор Нижегородского научно-производственного объединения имени М. В. Фрунзе.

E-mail: n.bobkov@mail.ru